



ce
pre
UNI

Física

CICLO
PREUNIVERSITARIO
2023-1





ce
pre
UNI

Física

MOVIMIENTO PLANETARIO

ce
pre
UNI

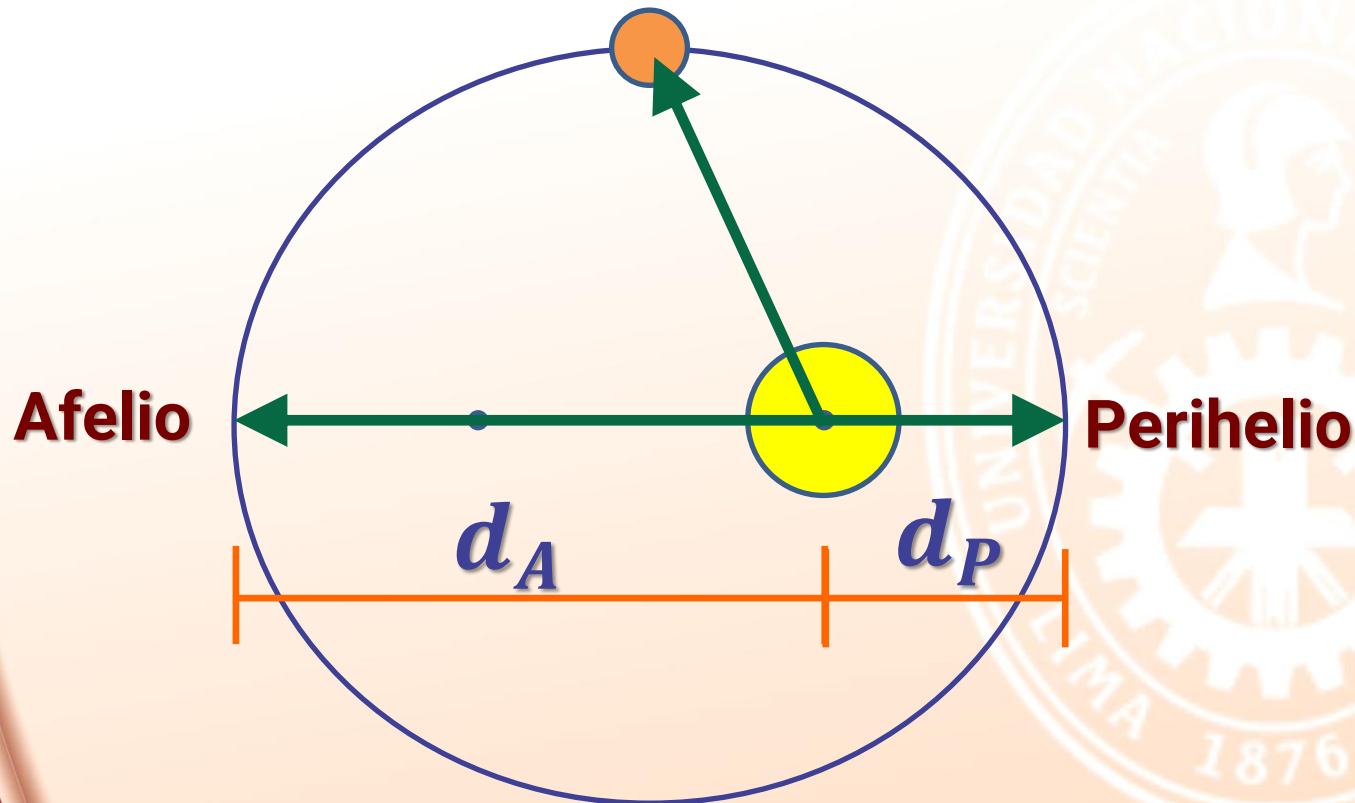
LEYES DE KEPLER

Propuestas por Johannes Kepler, como resultado del análisis cuidadoso de las mediciones astronómicas de Tycho Brahe. Estas leyes son una descripción cinemática del movimiento planetario y se enuncian de la siguiente manera:

- i. *Los planetas describen órbitas elípticas, estando el sol en uno de sus focos (Ley de las órbitas).*
- ii. *El vector posición de cualquier planeta con respecto al sol barre áreas iguales de la elipse en tiempos iguales (Ley de las áreas).*
- iii. *Los cuadrados de los períodos de revolución son proporcionales a los cubos de las distancias promedio de los planetas al sol. Esta ley puede expresarse por la ecuación $T^2 = kR_m^3$, siendo k una constante de proporcionalidad (Ley de las periodos).*

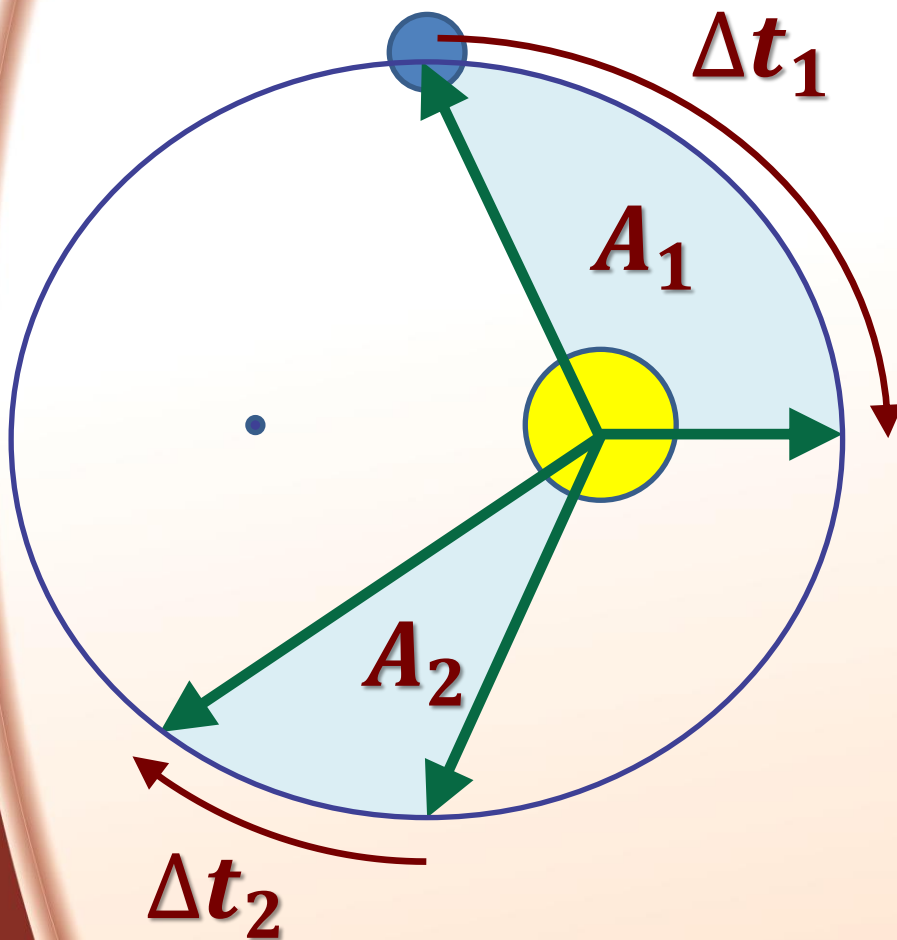
PRIMERA LEY DE KEPLER: LEY DE LAS ORBITAS

Los planetas se mueven en orbitas elípticas alrededor del sol, estando el sol en uno de los focos de la elipse.



Radio medio de la orbita
:
$$R_m = \frac{d_A + d_P}{2}$$

SEGUNDA LEY DE KEPLER: LEY DE LAS ÁREAS

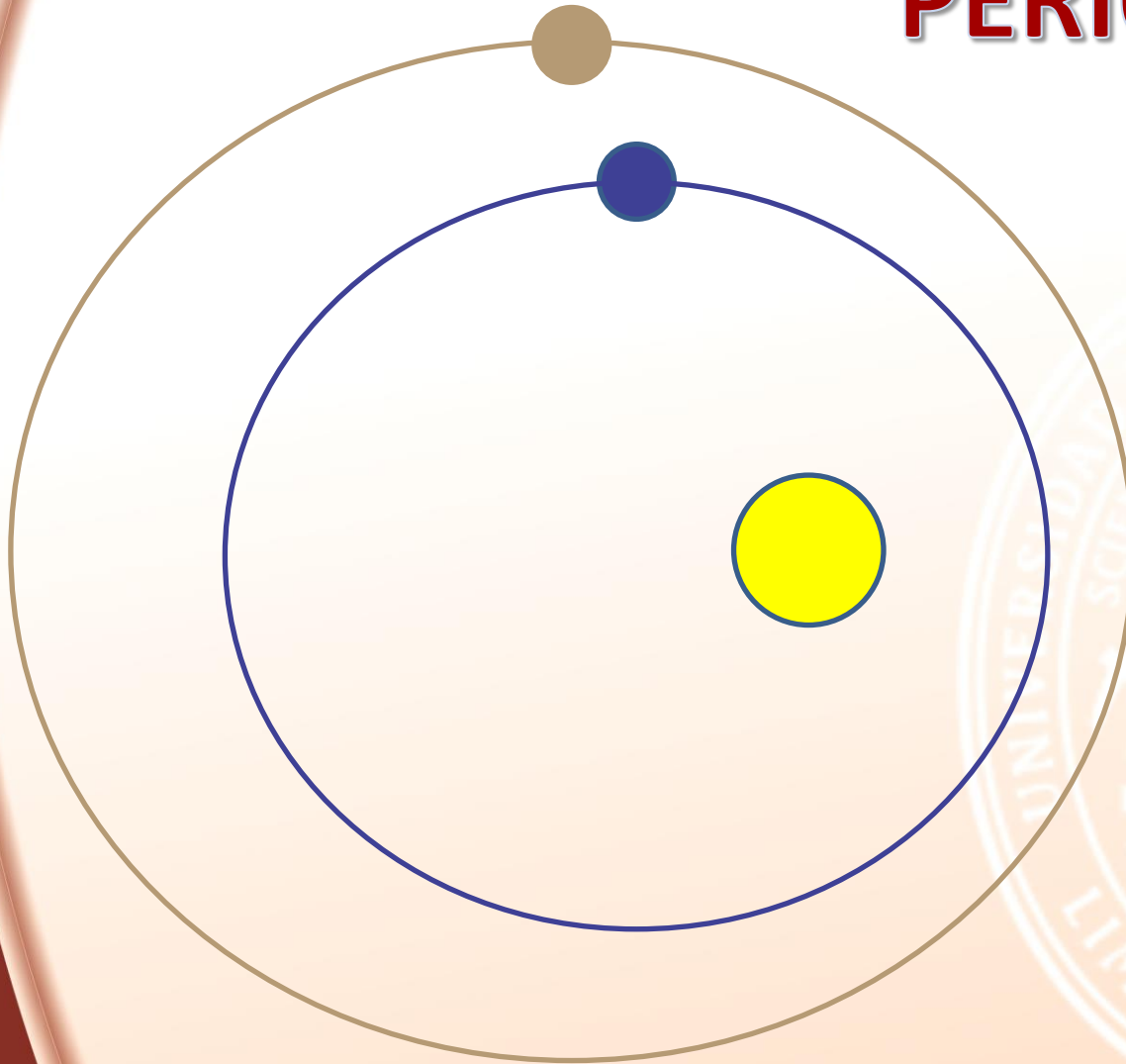


El vector posición del planeta respecto al sol barre áreas iguales en tiempos iguales

Al ser este movimiento periodico, cada vez que el planeta complete una vuelta alrededor del sol, el tiempo transcurrido será el mismo y se denomina periodo (T), en el cual el vector posición barre el área total de la elipse.

$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = \frac{A_{\text{total de la elipse}}}{T} = \text{CTE.}$$

TERCERA LEY DE KEPLER: LEY DE LOS PERIODOS



$$\frac{T_{\text{planeta}}^2}{R_{m_{\text{planeta}}}^3} = \frac{T_{\text{otro planeta}}^2}{R_{m_{\text{otro planeta}}}^3} = \text{cte.}$$

Estas leyes fueron deducidas para el sistema solar. Sin embargo otros sistemas como Júpiter y sus lunas, también la cumplen, pero con diferente constante. Por ello la constante depende del cuerpo alrededor del cual orbitan los otros.

Planeta	Masa (comparada con la masa terrestre)	Radio planetario (comparado con el radio terrestre)	Radio orbital (UA)	Periodo orbital (años Terrestres)	Periodo de rotación (días terrestres)
Mercurio	0,06	0,3829	0,39	0,24	586,667
Venus	0,82	0,9499	0,72	0,615	243
Tierra	1,00	1	1,00	1,00	1,00
Marte	0,11	0,5320	1,52	1,88	1,03
Júpiter	318	10,9733	5,20	11,86	0,414
Saturno	95	9,1402	9,54	29,46	0,426
Urano	14,6	3,9809	19,19	84,01	0,718
Neptuno	17,2	3,8647	30,06	164,79	0,6745



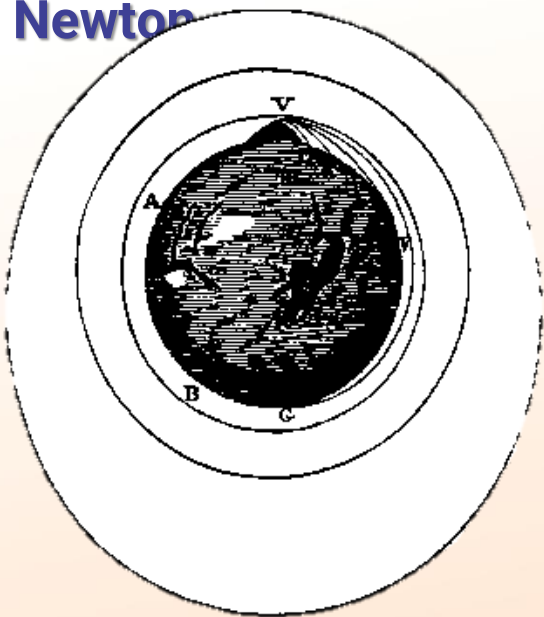
Una unidad astronómica (**UA**) es la distancia media entre la tierra y el sol la cual aproximadamente 149 597 870 700 m.

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Este es el segundo trabajo más importante de Newton, que analizando diversos hechos experimentales, y aplicando el cálculo, que él mismo desarrollo paralelamente con Leibniz, logra:

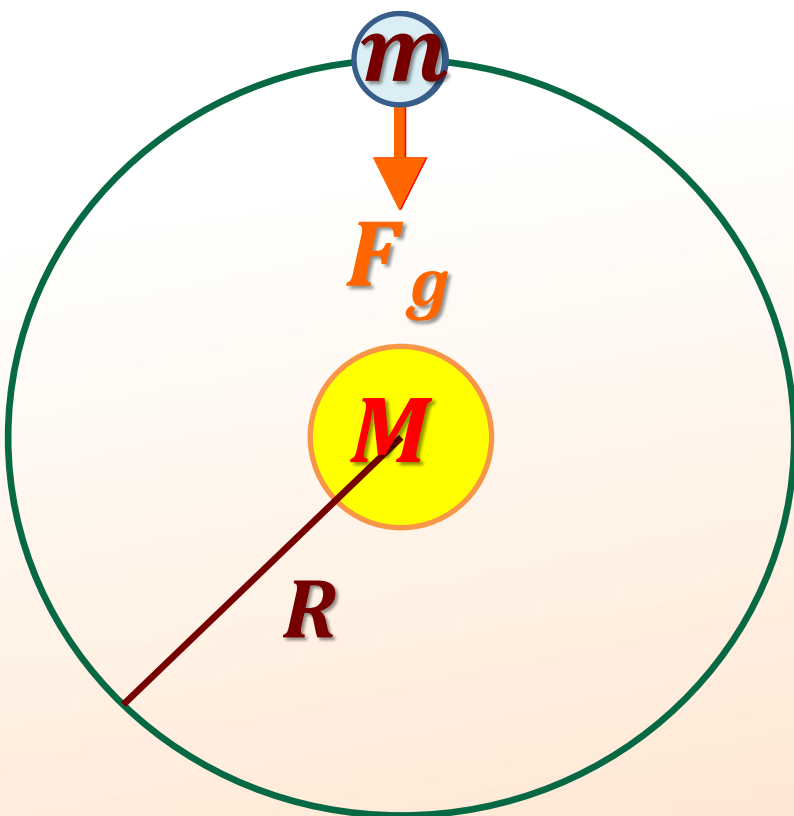
- **Revelar el significado físico de las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario.**
- **Resolver el intrincado problema del origen de las mareas**
- **Dar cuenta de la curiosa e inexplicable observación de Galileo Galilei de que el movimiento de un objeto en caída libre es independiente de su peso**

"Si consideramos los movimientos de los proyectiles podremos entender fácilmente que los planetas pueden ser retenidos en ciertas órbitas mediante fuerzas centrípetas; pues una piedra proyectada se va apartando de su senda rectilínea por la presión de su propio peso y obligada a describir en el aire una curva; y cuanto mayor es la velocidad con la cual resulta ser proyectada más lejos llega, antes de caer a tierra. Podemos por eso suponer que la velocidad se incremente hasta que la piedra describa un arco de 1, 2, 5, 10, 100, 1000 millas antes de caer, de forma que al final, superando los límites de la Tierra, pasará al espacio sin tocarla..." tomado del libro "Sistema del Mundo" de Newton



Es decir, la fuerza responsable de la caída de los cuerpos y proyectiles a Tierra (**el peso**), es la misma fuerza responsable del movimiento de la luna alrededor de la tierra y en general del movimiento planetario.

El movimiento de la tierra alrededor del sol, se puede aproximar a un mcu, dado que la diferencia entre las distancias del afelio con perihelio son del 3% en comparación con la distancia del afelio



$$F_g = ma_{cp} = m\omega^2 R$$

$$F_g = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$$

$$F_g = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2}$$

R además de ser el radio de la trayectoria, es la distancia entre los centros

Aplicando la tercera ley de Kepler en el movimiento de m alrededor de M : $T^2 = kR^3$

$$F_g = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2} = 4\pi^2 m \frac{R}{kR^3} = \frac{4\pi^2 m}{k} \frac{1}{R^2}$$

De la tercera ley de Newton, también F_g actúa sobre M y el periodo será el mismo visto desde m , solo que con la constante de la tercera ley de Kepler distinta.

$$F_g = \frac{4\pi^2 m}{k} \frac{1}{R^2} = \frac{4\pi^2 M}{k'} \frac{1}{R^2} \quad \text{Concluimos que } F_g = G \frac{Mm}{R^2}$$

Donde $k = \frac{4\pi^2}{GM}$ cuando m orbita alrededor de

Y donde $k' = \frac{4\pi^2}{Gm}$ cuando M orbita alrededor de m

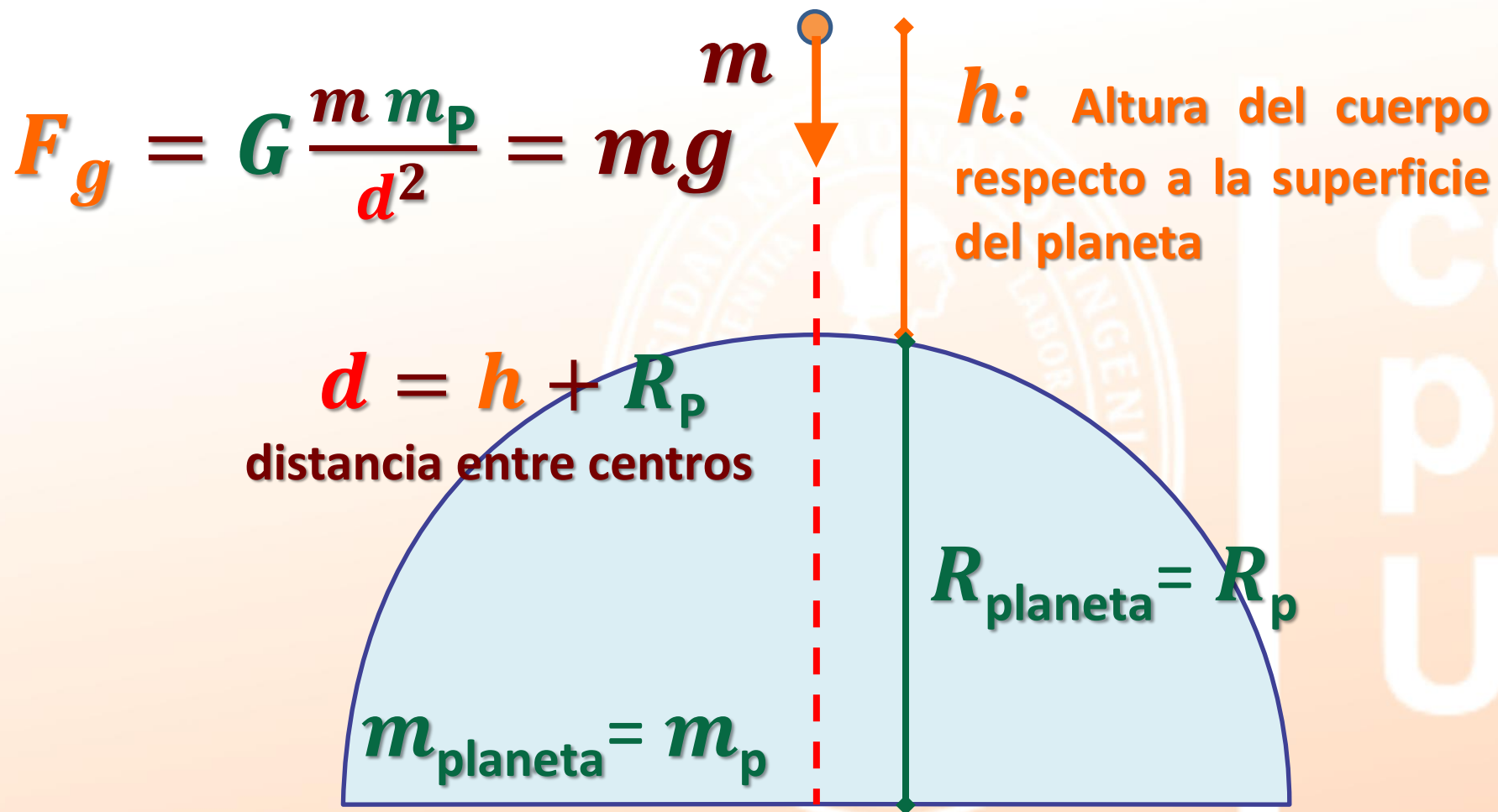
G es lo que hoy conocemos como constante de gravitación universal,
predicha por newton y hallada experimentalmente por cavendish,
cuyo valor es $6,67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ en unidades del S.I.



$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Válido para masas puntuales, es decir masas cuyo tamaño es muy pequeño comparado con la distancia que las separa.

ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN FUNCIÓN DE LA ALTURA RESPECTO A LA SUPERFICIE DE UN PLANETA



Como $F_g = G \frac{m m_p}{d^2} = mg$ Y $d = h + R_p \Rightarrow g = G \frac{m_p}{(h + R_p)^2}$

Cuando $h = 0 \Rightarrow g = g_0$

$= G \frac{m_p}{R_p^2}$ (gravedad en la superficie)

$$g = G \frac{m_p}{(h + R_p)^2} = G \frac{m_p}{R_p^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_p}\right)^2}$$

$$g = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{R_p}\right)^2}$$

